

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 15.11.24

Ответьте на вопросы (устно), если есть затруднения, то обратитесь к конспекту. Это вы должны знать!

1. Допишите равенство:

$$\sin(-\alpha) =$$

$$\cos(-\alpha) =$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) =$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) =$$

2. Определите четверть, в которой располагается данный угол:

а) 194° ; 120° ; 372° ; 278° ,

б) $\pi + \alpha$; $\pi/2 - \alpha$; $\pi - \alpha$; $\pi/2 + \alpha$

1. Новый материал (конспект в тетрадь)

Тема: «Формулы приведения»

Определение: Тригонометрические функции аргументов $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$,

$2\pi \pm \alpha$, могут быть выражены через функции аргумента α с помощью формул, которые называются **формулами приведения**.

Чтобы облегчить запоминание формул приведения для преобразования выражений вида:

$$\sin\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \cos\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \operatorname{tg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi n}{2} \pm \alpha\right), n \in \mathbb{Z}$$

удобно пользоваться такими правилами:

а) перед приведенной функций ставится тот знак, который имеет исходная функция, если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

б) функция меняется на «кофункцию», если n нечетно, функция не меняется если n четно.

Либо пользуемся таблицей:

Функция α	Аргумент α							
	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$2\pi + \alpha$
$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$
$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$

Пример: упростите выражение

$$\frac{\operatorname{tg}(\pi - \beta) \cdot \cos(\pi - \beta) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$$

Решение:

Работаем по таблице!!

1) $\operatorname{tg}(\pi - \beta) = \operatorname{tg}(-\beta) = -\operatorname{tg}\beta;$

2) $\cos(\pi - \beta) = -\cos\beta;$

3) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \operatorname{ctg}\beta;$

4) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) = \cos\beta;$

5) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{tg}\alpha;$

6) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg}\alpha;$

Получаем:

$$\frac{\operatorname{tg}(\pi - \beta) \cdot \cos(\pi - \beta) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{-\operatorname{tg}\beta \cdot (-\cos\beta) \cdot \operatorname{ctg}\beta}{\cos\beta \cdot (-\operatorname{tg}\alpha) \cdot (-\operatorname{ctg}\alpha)} = \frac{\cos\beta}{\cos\beta} = 1.$$

Ответ: 1.

$$\sin 120^\circ = \sin(90^\circ + 30^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{8\pi}{3} = \sin\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \frac{2\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6} = \operatorname{tg}\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

2. Решение задач

Пример: Найдите значение выражения

$$\frac{38 \cos 153^\circ}{\cos 27^\circ}$$

Используем формулу приведения косинуса. Представим 153° как разность $180^\circ - 27^\circ$:

$$\frac{38 \cos 153^\circ}{\cos 27^\circ} = \frac{38 \cos(180^\circ - 27^\circ)}{\cos 27^\circ} = -\frac{38 \cdot (-\cos 27^\circ)}{\cos 27^\circ} = -38$$

Пример: Найдите значение выражения

$$\frac{-22 \operatorname{tg} 148^\circ}{\operatorname{tg} 32^\circ}$$

Используем формулу приведения для тангенса. Представим 148° как разность $180^\circ - 32^\circ$:

$$\frac{-22 \operatorname{tg} 148^\circ}{\operatorname{tg} 32^\circ} = \frac{-22 \operatorname{tg}(180^\circ - 32^\circ)}{\operatorname{tg} 32^\circ} = \frac{-22 \cdot (-\operatorname{tg} 32^\circ)}{\operatorname{tg} 32^\circ} = -22 \cdot (-1) = 22$$

Пример: Найдите значение выражения

$$5 \cdot \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ$$

Используем формулы приведения:

$$\begin{aligned} 5 \cdot \operatorname{tg} 154^\circ \cdot \operatorname{tg} 244^\circ &= 5 \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 64^\circ) \cdot \operatorname{tg}(180^\circ + 64^\circ) = \\ &= 5 \cdot (-\operatorname{ctg} 64^\circ) \cdot \operatorname{tg} 64^\circ = -5 \cdot \operatorname{ctg} 64^\circ \cdot \operatorname{tg} 64^\circ = -5 \cdot 1 = -5 \end{aligned}$$

Применили формулу тригонометрии:

$$\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = 1$$

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru